EVALUACIÓN CONTINUA DE TEORÍA Y PROBLEMAS (2)

NOMBRE Y APELLIDOS:

1. Se adjunta el peso de 10 bolsas de avellanas (gramos). Se supone que la variable PESO tiene distribución normal. Construye un intervalo de confianza al 99% para la desviación de la distribución. ¿Afecta la media muestral a la amplitud del intervalo?

15.4	15.8
15.6	15.7
16.3	15.7
15.3	15.6
15.7	16.1

Primero construimos un intervalo para la varianza:

Cuasivarianza: $\hat{s}^2 = 0.088$

$$\left(\frac{(n-1)\hat{s}^2}{j_{0,995}^{(9)}}, \frac{(n-1)\hat{s}^2}{j_{0,005}^{(9)}} \right)$$

$j_{0,005}^{(9)} = 1.735$

$j_{0,995}^{(9)} = 23.59$

$$\left(\frac{9 \times 0.088}{23.59}, \frac{9 \times 0.088}{1.735} \right)$$

$$(0.034,\ 0.459)$$

Extraemos las raíces cuadradas y obtenemos el intervalo para la desviación:

$$\boxed{(0.184,\ 0.677)}$$

La media muestral no interviene en la construcción del intervalo; no afecta a su amplitud.

2. La etiqueta de las bolsas de avellanas del problema anterior indica un peso teórico de 16 gramos. A la vista de los datos observados, ¿Hay motivos fundados para suponer que el peso real es, por término medio, menor de lo que indica la etiqueta?

Planteamos un contraste de hipótesis: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu = 16 \\ H_0 : \mu < 16 \end{array} \right\}$ Nivel: $\alpha = 0.01$

Estadístico de contraste: $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\hat{s}/\sqrt{n}}$; distribución bajo la hipótesis nula: t_9

Media: $\overline{X} = 15.72$

Cuasidesviación: $\hat{s} = 0.297$

$$T = \frac{15.72 - 16}{0.297/\sqrt{10}} = -2.98$$

$t_{0,01}^{(9)} = 2.821$ Región crítica: $(-\infty,\ 2.821]$

El valor observado -2.98 está en la región crítica, luego **rechazamos la hipótesis nula**. Luego sí hay motivos fundados para suponer que el peso real es, por término medio, menor de lo que indica la etiqueta.

3. Se desea comparar las proporciones de piezas defectuosas generados por dos plantas de producción. En la planta X se tomo una muestra de 350 piezas, de las cuales 14 eran defectuosas. En la planta Y se tomó una muestra de 300 piezas, de las cuales 6 eran defectousas. Construye un intervalo de confianza al 99% para la diferencia entre las proporciones.

$$\left(\hat{p}_X - \hat{p}_Y\right) \pm \sqrt{\frac{\hat{p}_X\left(1-\hat{p}_X\right)}{n_X} + \frac{\hat{p}_Y\left(1-\hat{p}_Y\right)}{n_Y}}\, z_{0,995}$$

$\hat{p}_X = 14/350 =$ 0.04

$\hat{p}_Y = 6/300 =$ 0.02

$z_{0,995} =$ 2.58

$$\left(0.04 - 0.02\right) \pm \sqrt{\frac{0.04\left(1-0.04\right)}{350} + \frac{0.02\left(1-0.02\right)}{300}} \times 2.58$$

$$\boxed{\left(-0.014\ ,\ 0.054\right)}$$

4. Explica qué es el nivel de un contraste y cómo interviene en el desarrollo del mismo.

El nivel es la probabilidad de cometer error de tipo I, que consiste en rechazar la hipótesis nula cuando es cierta.

Para determinar la región crítica de un contraste nos basamos en el tipo de hipótesis alternativa, en la distribución del estadístico de contraste y en el nivel; si el nivel es α, estableceremos el límite ó límites de la región crítica C de manera que la probabilidad de C bajo ese modelo de distribución sea α.